



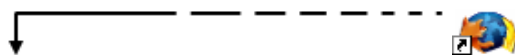
El racó obscur

### EL RACÓ OBSCUR

Xavier Jaén

*La intenció d'aquesta secció és anar aclarint tot els temes relacionats amb (la didàctica de) la física que, en el millor dels casos, provoquen polèmica i, en d'altres, irritacions infundades.*

*El tercer racó vol furgar una mica en la llei de Faraday.*



## La llei de Faraday

### Introducció

En aquest número tractem un embolic força habitual que molt poques vegades hom veu desenredar de manera clara. Els embolics no es fan de manera espontània. De fet molts cops, a causa de la seva història, és lògic que existeixin i persisteixin, almenys per a certs col·lectius que hi poden conviure sense cap problema. La llei de Faraday és un d'aquests casos paradigmàtics. És una llei molt "popular". Diferents professionals la fan servir en multitud de situacions. Però què diu exactament la llei de Faraday? Deixem aquesta qüestió per a més endavant i comencem per repassar les coses que sabem.

### La llei de Faraday

**W** [Michael Faraday](#) va descobrir la inducció i va proposar la llei que porta el seu nom sobre una base absolutament experimental pels volts del 1831. Aquí tractem amb la formulació actual de la **W** [lleï de Faraday](#).

Si tenim una superfície  $S$ , com la de la figura 1, la podem tenir orientada a l'espai de moltes maneres. Aquest fet es pot expressar amb un vector  $\vec{S}$ . Un cop orientada la superfície tindrem clar quin és el sentit positiu en travessar la superfície i també, amb la regla del cargol (dextrogiro), quin és el sentit positiu de recorregut del seu contorn. Així si calculem el flux magnètic per a un camp uniforme

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} \tag{1}$$

serà el signe de  $\Phi$  el que ens dirà si aquest travessa en un sentit o en l'altre a la superfície.

La llei de Faraday, tal com habitualment s'expressa, diu que si el flux que travessa la superfície d'un circuit de material conductor tancat varia llavors s'**aprecia** en el circuit una **força electromotriu** donada per:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \tag{2}$$

Si, com hem esmentat anteriorment hem tingut cura de definir l'orientació de la superfície, com a la figura 1, per exemple, llavors una  $\mathcal{E} > 0$  ens indica que el corrent induït té el sentit de recorregut positiu (com el  $C(+)$  de la figura) i una  $\mathcal{E} < 0$  indica un sentit del corrent contrari al  $C(+)$ .

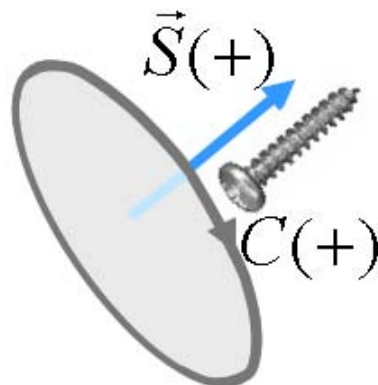


Fig. 1:

### La llei de Lorentz

**W** [Hendrik Lorentz](#) va ser el responsable d'expressar els efectes del camp magnètic sobre una partícula en moviment com una força, pels volts del 1892. Aquests efectes van ser anteriorment estudiats i reconeguts com a efectes magnètics per **W** [James Clerk Maxwell](#) cap al 1861 ([On Physical Lines of Force](#), pàg. 342).

La **W** [Llei de Lorentz](#) (o força de Lorentz) és la llei que dóna significat físic al camp magnètic. Si una càrrega  $q$  es passeja per l'espai amb velocitat  $\vec{v}$  en presència d'un camp magnètic  $\vec{B}$ , rep la força següent:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (3)$$

Per veure quina direcció i sentit té aquesta força podem fer servir la regla del cargol dextrogir, tal com es veu a la figura. És preferible utilitzar la regla del cargol en lloc de la regla de la mà dreta, primer per respecte als esquerrans i segon perquè no tothom és capaç d'imaginar-se una mà dreta independent del cos i situada allà on la necessitem. En canvi, sempre podem portar un cargol a sobre i situar-lo allà on el necessitem i fer-lo girar per veure cap a on avança. Amb una mica de pràctica ja no ens caldrà portar a sobre el cargol!

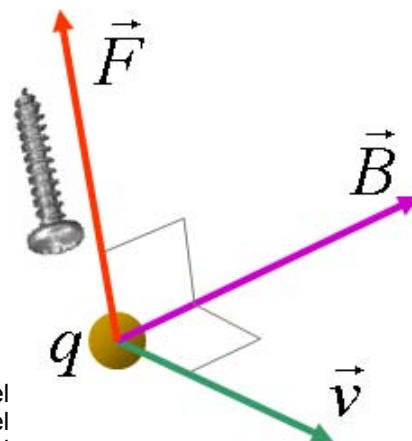


Fig. 2:

## Problemes d'inducció amb la llei de Lorentz

Forcem una barra de resistència  $R$  i longitud  $L$  a moure's amb velocitat constant cap a la dreta sense perdre el contacte amb unes guies conductores ideals tancades per l'esquerra (vegeu la figura 3). El pla format per les guies i la barra és travessat per un camp magnètic uniforme.

Totes les càrregues de la barra, i en especial les de la banda de conducció, viatgen a velocitat  $v$  com la barra. Sigui  $dq$  un trosset de càrregues. A causa de la presència del camp magnètic i de la llei de Lorentz aquest trosset rep la força següent:

$$d\vec{F} = dq \vec{v} \times \vec{B} \quad (4)$$

Així, aquest trosset està sotmès a una força durant un trajecte  $L$ . El treball realitzat per la força és:

$$dW = dF L = dq v B L \quad (5)$$

Com que hi ha una resistència, passada la fase transitòria, en què les càrregues inicien el seu moviment al llarg de la barra, aquest treball es dissipa per efecte Joule. Així, si  $I$  és la intensitat estacionària, prenent el  $dt$  que triga a passar el trosset  $dq$ , tenim  $dq = I dt$  i podem escriure:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= \frac{dq}{dt} v B L \\ \frac{dW}{dt} &= R I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{v B L}{R} \quad (6)$$

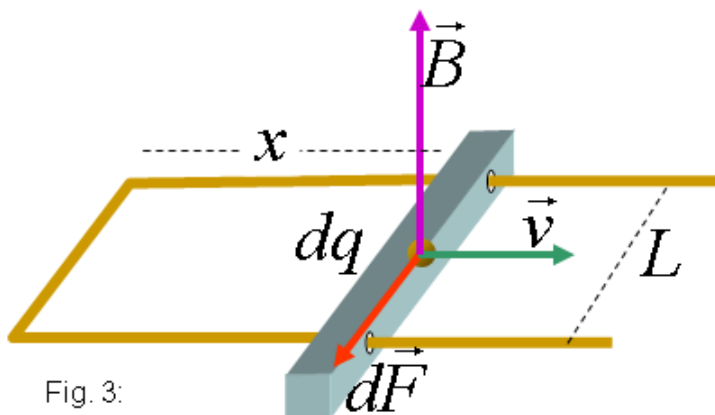


Fig. 3:

Aquesta és una intensitat induïda. Notem que no ens ha fet cap falta parlar de camps elèctrics ni de diferències de potencial!

## Problemes d'inducció amb la llei de Faraday

Forcem una barra de resistència  $R$  i longitud  $L$  a moure's amb velocitat constant cap a la dreta sense perdre el contacte amb unes guies conductores ideals tancades per l'esquerra (vegeu la figura 4). El pla format per les guies i la barra és travessat per un camp magnètic uniforme.

La barra i els tres costats de les guies conductores formen un circuit tancat on pot circular un corrent. Podem aplicar la llei de Faraday

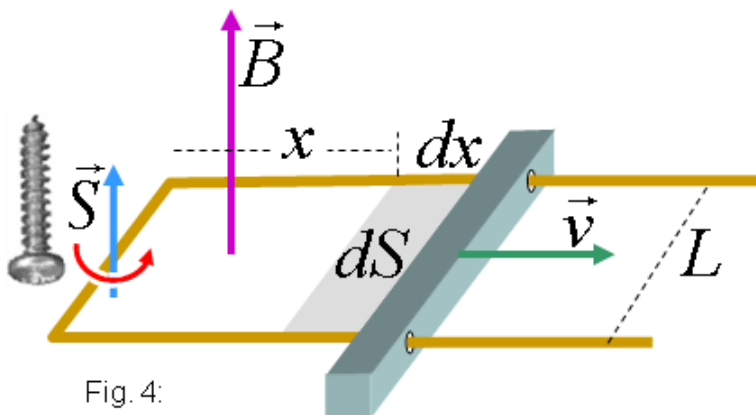
Escollim el vector superfície orientat tal com es veu a la figura 4. El recorregut positiu del circuit és així l'indicat per la fletxa corbada de color vermell de la figura. En un instant donat, en què la barra està situada a  $x$  de l'extrem esquerra, el flux de camp magnètic val  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BLx$ . Aplicant la llei de Faraday tenim

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -BLv \quad (7)$$

i en conseqüència el corrent induït és negatiu (de signe contrari a l'indicat en vermell a la figura 4), i en valor absolut  $I$  val

$$I = \frac{BLv}{R} \quad (8)$$

El resultat (valor absolut i sentit) coincideix amb el que s'ha obtingut amb la llei de Lorentz (34).



## Què diu exactament la llei de Faraday

Ara podem respondre amb propietat a aquesta qüestió. La llei de Faraday inclou dos fenòmens.

- Si els circuits conductors es mouen en el si d'un camp magnètic estàtic s'**aprecien** corrents induïts **gràcies** a la llei de Lorentz, no a la de Faraday. La llei de Faraday no diu res de nou en aquest aspecte. El que proporciona és un mètode de càlcul relativament senzill per trobar els corrents induïts. La llei de Faraday és únicament una alternativa de càlcul dels efectes sobre el circuit de la força de Lorentz. No apareix cap camp elèctric ni és necessari. Les càrregues es mouen al llarg del circuit perquè porten una velocitat transversal en el si d'un camp magnètic.
- Si els circuits conductors són travessats per un camp magnètic **variable en el temps**, llavors s'**aprecien** corrents induïts **gràcies** a la llei de Faraday. Ara la llei de Lorentz no diu ni preveu res en aquest aspecte. Atès que la velocitat de les càrregues transversal al circuit és nul·la, la força de Lorentz alineada amb el circuit també és nul·la! Notem ara que no podem atribuir un origen magnètic a la força responsable del moviment, i que per tant hem d'admetre que **apareix** un camp elèctric, de manera que al llarg del circuit:

$$\varepsilon = \int_c \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (9)$$

És per això que, quan s'escriuen les equacions de Maxwell, la llei de Faraday (2) es reescriu de manera que no interfereixi amb altres lleis, com (3), en termes de sistemes de referència inercials en la forma més coneguda com a tercera llei de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10)$$

A aquesta equació s'hi arriba utilitzant (2) juntament amb (9), aplicada a qualsevol camí tancat, sigui un

circuit de material conductor o un traçat imaginat a l'espai, i amb el teorema de Stokes. Einstein i la relativitat acabaran d'arreglar el que s'ha d'entendre exactament per "sistema de referència inercial", però això és tota una altra història.



---

**Xavier Jaén**

Professor de física a l'ETSEIB de la Universitat  
Politécnica de Catalunya(UPC).

Adreça electrònica: [Xavier.Jaen@upc.edu](mailto:Xavier.Jaen@upc.edu)

Pàgina web: <http://baldufa.upc.es/xjaen>